

Übung 1

Punkte zählen - *Binärzahlen*

Zusammenfassung

Daten in Computern werden als Nullen und Einsen gespeichert und übertragen. Wie können Wörter und Zahlen mit Hilfe dieser zwei Ziffern dargestellt werden?

Einfügen in den Lehrplan

- ✓ Mathematik: Zahlen ab der zweiten Klasse. Zahlen in anderen Zahlensystemen. Zahlen im Zweiersystem.
- ✓ Mathematik: Algebra ab der zweiten Klasse. Fortführung einer Folge und Suche nach einer Regel für diese Folge. Folgen basierend auf Potenzen mit der Basis Zwei.

Benötigte Kenntnisse

- ✓ Zählen
- ✓ Paare finden
- ✓ Folgen fortführen

Alter

- ✓ ab 7 Jahre

Materialien

- ✓ Sie benötigen einen Satz mit fünf binären Karten (siehe S. 6) zur Veranschaulichung. Karton im DIN A4 Format, mit Smileys als Punkte beklebt, eignet sich prima.

Jeder Schüler benötigt:

- ✓ Einen Satz bestehend aus fünf Karten.
Kopieren Sie die Kopiervorlage: Binärzahlen (Seite 6) auf Karton und schneiden Sie diese aus.
- ✓ Arbeitsblatt zur Übung: Binärzahlen (Seite 5)

Um diese Übung zu vertiefen benötigt jeder Schüler folgendes:

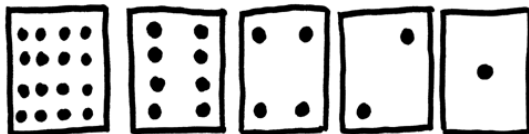
- ✓ Arbeitsblatt zur Übung: Rechnen mit Binärzahlen (Seite 7)
- ✓ Arbeitsblatt zur Übung: Geheime Nachrichten senden (Seite 8)
- ✓ Arbeitsblatt zur Übung: Faxgeräte und Modems (Seite 9)
- ✓ Arbeitsblatt zur Übung: Zahlen größer als 31 (Seite 10)
- ✓ Arbeitsblatt zur Übung: Mehr über Binärzahlen (Seite 11)

Binärzahlen

Einleitung

Bevor Sie das Arbeitsblatt auf Seite 5 herausgeben, ist es sinnvoll, das Prinzip vor der ganzen Gruppe zu demonstrieren.

Für diese Übung benötigen Sie einen Satz aus fünf Karten, mit Punkten auf der einen, und ohne Markierung auf der anderen Seite, wie unten dargestellt. Wählen Sie fünf Kinder aus, um die Karten vor der Klasse wie folgt zu präsentieren:



Gesprächsstoff

Wie verändert sich die Anzahl der Punkte auf einer Karte? (Jede Karte hat doppelt so viele Punkte, wie ihr rechter Nachbar.)

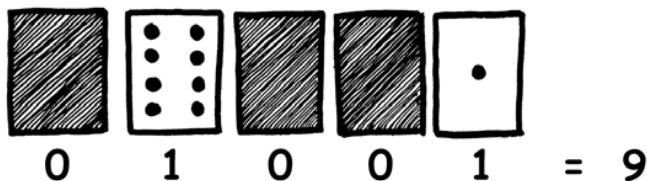
Wie viele Punkte müsste die nächste Karte haben, wenn wir die Reihe nach links fortsetzen? (32) Und die nächste ... ?

Mit Hilfe dieser Karten können wir Zahlen darstellen. Karten werden auf- oder zugedeckt. Die Punkte auf allen Karten, die offen liegen, werden addiert. Lassen Sie die Schüler die Zahl 6 legen (4-Punkt und 2-Punkt Karte offen), dann 15 (8-, 4-, 2- und 1-Punkt Karte offen), dann 21 (16, 4 und 1) ...

Nun lassen Sie die Schüler von Null aufwärts zählen.

Der Rest der Klasse sollte aufmerksam die Karten beobachten, und versuchen, ein Muster im Wechsel der Karten zu sehen. (Jede Karte wird doppelt so oft gewendet, wie ihr linker Nachbar).

Zugedeckte Karten werden durch eine **Null** repräsentiert, aufgedeckte Karten werden durch eine **Eins** repräsentiert. So funktioniert das Binärsystem, das auch Dualsystem genannt wird.



Lassen Sie die Schüler 01001 legen. Welcher Dezimalzahl entspricht das? (9) Wie kann 17 als binäre Zahl dargestellt werden? (10001)

Üben Sie die Darstellung weiterer Zahlen, bis die Schüler das Konzept verstanden haben.

Es gibt fünf weiterführende Übungen, mit denen das Gelernte vertieft werden kann. Die Schüler sollten so viele ausprobieren, wie möglich.

Arbeitsblatt zur Übung: Binärzahlen

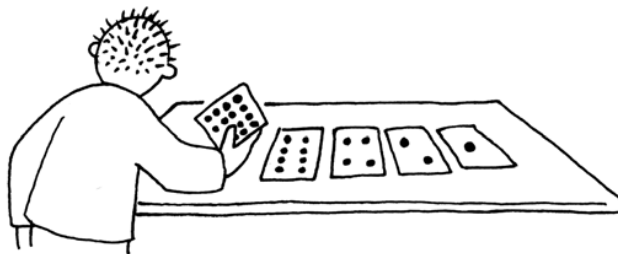
Zählen lernen

Ihr wisst schon, wie man zählt? Hier könnt ihr eine neue Art zu zählen lernen!

Wusstet ihr, dass Computer nur Nullen und Einsen verwenden. Alles, was ihr auf einem Computer seht oder hört - Wörter, Bilder, Zahlen, Filme, selbst Musik, wird nur mit Hilfe dieser zwei Ziffern gespeichert! Mit der hier vorgestellten Methode, die zeigt, wie Computer diese Daten speichern, könnt ihr sogar euren Freunden geheime Nachrichten schicken!

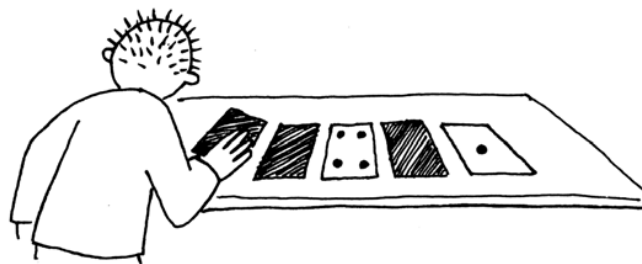
Anleitung

Schneidet die Karten aus eurer Vorlage, und legt sie, mit den Punkten nach oben hin. Die 16-Punkte-Karte muss rechts liegen:



Stellt sicher, dass die Karten in genau dieser Reihenfolge liegen.

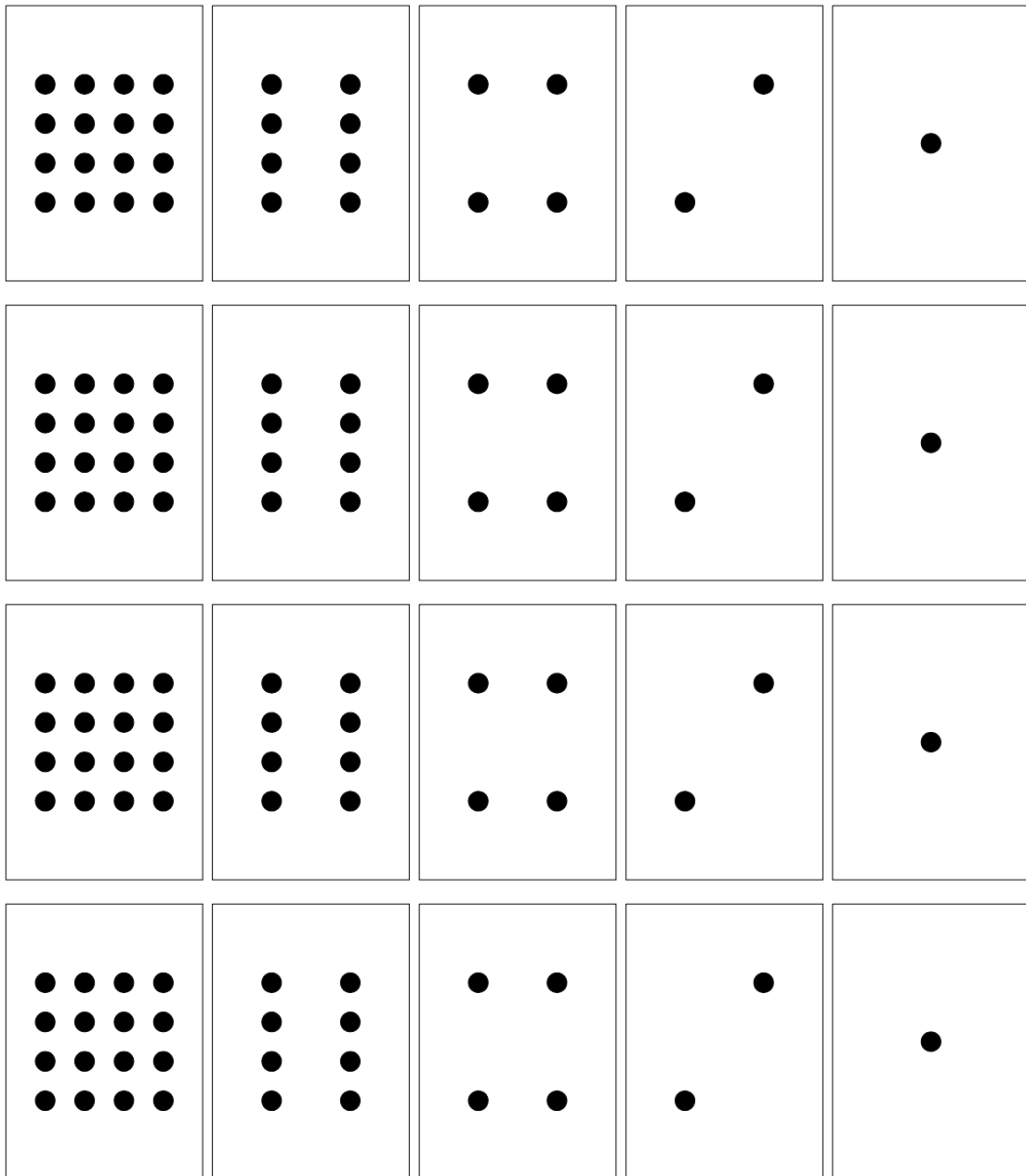
Dreht jetzt so viele Karten um, dass genau fünf Punkte sichtbar bleiben, ohne die Karten zu vertauschen!



Versucht 3, 12 und 19 zu legen. Gibt es mehr als einen Weg, um eine bestimmte Zahl zu legen? Was ist die höchste darstellbare Zahl? Was ist die kleinste darstellbare Zahl? Gibt es eine Zahl zwischen der kleinsten und der größten, die sich nicht darstellen lässt?

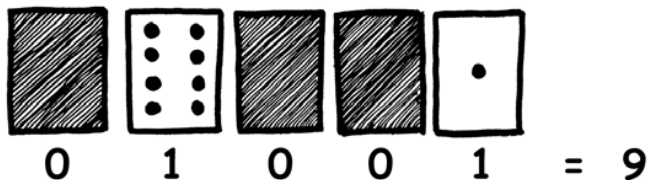
Bonus für Experten: Legt nacheinander die Zahlen 1, 2, 3 und 4. Findet heraus, nach welchem Schema, welche Karte als nächstes gedreht werden muss, um die Zahl um eins zu erhöhen?

Kopiervorlage: Binärzahlen



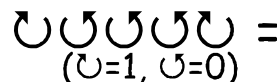
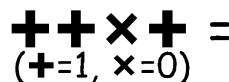
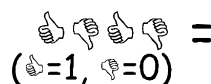
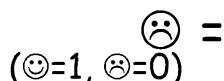
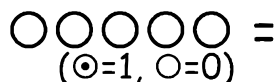
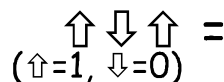
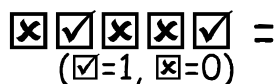
Arbeitsblatt zur Übung: Arbeiten mit Binärzahlen

Wir verwenden das Binärsystem, um anzuzeigen, ob eine Karte offen oder verdeckt vor uns liegt. **1** bedeutet, die Karte liegt offen, **0** bedeutet, die Karte liegt mit dem Punkten nach unten. Zum Beispiel:



Wisst ihr, wie viel **10101** ist? Wie viel ist **11111**?

An welchem Tag ist euer Geburtstag? Schreibt die Zahl in der Binärschreibweise. Wann haben eure Freunde Geburtstag? Schreibt diese auch als Binärzahlen.

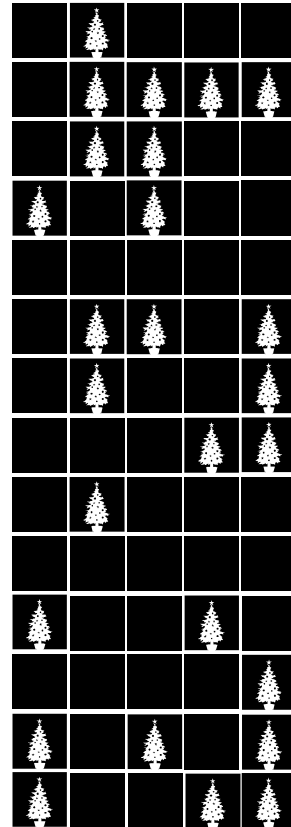


Versucht, diese verschlüsselten Zahlen zu entschlüsseln.

Bonus für Experten: Nehmt Stöcke, die 1, 2, 4, 8 und 16 Einheiten lang sind und zeigt, wie ihr damit jede Länge bis 31 legen könnt. Oder ihr könnt eure Eltern damit überraschen, dass ihr mit nur einer Waage und wenigen Gewichten, sogar deren schwere Koffer und Kisten wiegen könnt!

Arbeitsblatt zur Übung: Geheime Nachrichten senden

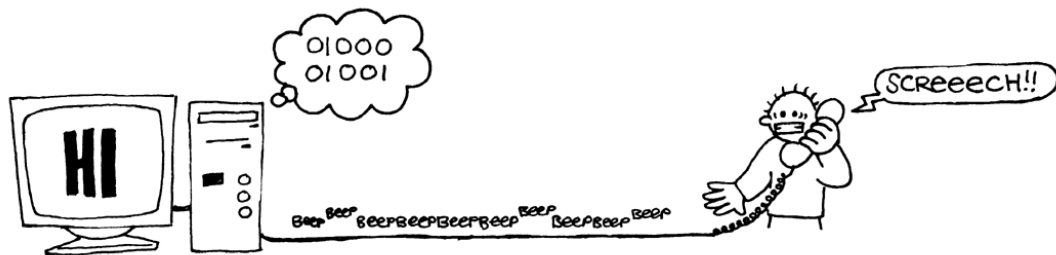
Tom wurde in der obersten Etage eines Kaufhauses eingeschlossen. Es ist kurz vor Weihnachten, und er will unbedingt mit seinen Geschenken nach Hause. Was kann er tun? Er hat gerufen, geschrien, doch niemand hört ihn. Im Gebäude gegenüber arbeitet noch jemand spät am Computer. Wie kann er die Person auf sich aufmerksam machen? Tom sieht sich nach Hilfsmitteln um. Er hat eine Idee - er kann die Christbaumbeleuchtung nutzen, um der Person eine Nachricht zu schicken! Er sammelt alle Lichter und verbindet sie mit der Steckdose, so dass er sie ein- und ausschalten kann. Er benutzt einen ganz einfachen, binären Code, von dem er weiß, dass ihn die Person gegenüber verstehen wird. Wisst ihr, welchen Code er verwendet?



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z

Arbeitsblatt zur Übung: E-Mail und Modems

Computer, die via Modem mit dem Internet verbunden sind, nutzen zum Senden von Nachrichten das Binärsystem. Einziger Unterschied ist, dass sie Töne verwenden. Ein hoher Ton entspricht einer Eins, ein tiefer Ton einer Null. Diese Töne werden in so schneller Folge versendet, dass wir als Zuhörer nur ein kreischend, störendes Geräusch wahrnehmen. Wenn ihr das noch nie gehört haben solltet, dann hört euch mal ein Modem beim Verbinden mit dem Internet an, oder ruft ein Faxgerät an, die verwenden auch Modems, um Informationen zu übermitteln.



Verwendet den Code, den Tom im Kaufhaus genutzt hat, um euren Freunden eine E-Mail zu senden. Macht es euch und euren Freunden einfacher - ihr müsst nicht so schnell wie ein echtes Modem sein!



Arbeitsblatt zur Übung: Zahlen größer als 31

Seht euch jetzt noch einmal die Binärkarten an. Wie viele Punkte müsste die nächste Karte in der Reihe haben? Und die nächste? Welcher Regel folgend könnt ihr die Punktzahl auf der nächsten Karte bestimmen? Wie ihr sehen könnt, kann man mit wenigen Karten bis zu sehr großen Zahlen zählen.

Seht euch die Zahlenfolge an, dann findet ihr einen interessanten Zusammenhang:

1, 2, 4, 8, 16...

Addiert $1 + 2 + 4 = ?$... Was kommt dabei heraus?

Jetzt addiert $1 + 2 + 4 + 8 = ?$

Welche passiert, wenn man alle Zahlen zusammenzählt?

Habt ihr, als ihr angefangen habt zu zählen auch die Finger zu Hilfe genommen? Jetzt könnt ihr mit euren Fingern noch weiter als zehn zählen und müsst dafür nicht einmal ein Außerirdischer sein! Nutzt das Binärsystem und ordnet jedem Finger eine Punkte-Karte von 1 bis 16 zu. Das macht zusammen 32 Zahlen (denn Null ist schließlich auch eine Zahl!)

Versucht mit Hilfe eurer Finger zu zählen. Ein gestreckter Finger ist eine Eins, ein gebeugter Finger eine Null.

Mit beiden Händen könnt ihr sogar von 0 bis 1023 zählen! Das sind insgesamt 1024 Zahlen!

Und wenn ihr über biegsame Zehen verfügt (dazu müsstet ihr Außerirdische sein), dann könntet ihr noch weiter zählen. Wenn eine Hand 32 Zahlen zählen kann, und zwei Hände $32 \times 32 = 1024$ Zahlen zählen kann, wie weit kann dann Fräulein Gummizeh zählen?



Arbeitsblatt zur Übung: Mehr über Binärzahlen

1. Eine weitere interessante Eigenschaft von Binärzahlen ist, was passiert, wenn man eine Null am rechten Ende anfügt. Im Zehnersystem (Dezimal), entspricht eine rechts angehängte Null einer Multiplikation mit 10. Zum Beispiel: aus 9 wird 90 und aus 30 wird 300.

Was passiert, wenn man eine 0 rechts an eine Binärzahl anhängt? Versucht es mal hiermit:

$$\begin{array}{ccc} 1001 & \rightarrow & 10010 \\ (9) & & (?) \end{array}$$

Erkennt ihr eine Regelmäßigkeit? Wie lautet die Regel? Warum verhalten sich Binärzahlen so?

2. Jede Karte entsprach bisher einem Bit beim Computer (Bit steht für "**b**inary **d**igit", auf deutsch Binärziffer). Der alphabetische Code, den wir bisher verwendet haben, benötigt also nur fünf Karten, oder fünf "Bits". Aber ein Computer muss zusätzlich wissen, ob Buchstaben groß oder klein geschrieben werden, muss Ziffern erkennen und Sonderzeichen, wie € und ~.

Seht euch einmal die Tastatur eines Computers an, und versucht herauszufinden, wie viele Zeichen ein Computer darstellen können muss. Wie viele Bits braucht ein Computer, um all diese Zeichen zuordnen zu können?

Die meisten heute verfügbaren Computer verwenden ASCII (American Standard Code for Information Interchange - auf deutsch: amerikanischer Standardcode für den Informationsaustausch), der zur Darstellung von Zeichen genau diese Anzahl an Bits verwendet. Manche Sprachen dieser Welt, die nicht auf dem lateinischen Alphabet basieren, benötigen Codes mit mehr Bits.

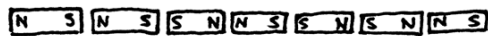


Wozu das Ganze?

Moderne Computer nutzen das Binärsystem, um Informationen zu verarbeiten. Es heißt deshalb binär, weil es nur zwei Ziffern (oder Zustände) kennt. Manchmal wird es auch als Zweiersystem bezeichnet, im Gegensatz zum Zehnersystem, das wir gewöhnlich verwenden. Jede Null oder Eins ist ein Bit (**Binary Digit** - zu deutsch: "Binärziffer"). Ein Bit wird im Hauptspeicher des Computers durch einen Transistor (ein/aus) oder durch einen Kondensator (geladen/nicht geladen) repräsentiert.



Beim Versenden von Daten über ein Modem oder Richtfunk, werden hohe und tiefe Töne zum Darstellen von Nullen und Einsen verwendet. Magnetische Speichermedien (Disketten, Festplatten und Kassetten) nutzen magnetische Felder zur Speicherung von Bits, die dann entweder Nord-Süd, oder Süd-Nord ausgerichtet sind.



CDs und DVDs speichern Bits in optischer Form. Das Licht des Lasers wird reflektiert, oder nicht.



Ein einzelnes Bit speichert wenig Information, weshalb Bits in der Regel in Gruppen zu acht auftreten um so Zahlen von 0 bis 255 darstellen zu können. Eine Gruppe von acht Bits nennt man ein Byte.

Die Geschwindigkeit eines Computers hängt von der Zahl der Bits ab, die er gleichzeitig berechnen kann. Zum Beispiel kann ein 32-Bit-Computer 32-Bit-Zahlen in einem Durchgang berechnen, während ein 16-Bit-Computer die 32-Bit-Zahlen erst aufsplitten muss, bevor er sie verarbeiten kann. Das macht ihn langsamer.

Am Ende sind es nur Bits und Bytes die ein Computer verwendet, um Zahlen, Text und andere Informationen zu speichern und weiterzugeben. Später wird in anderen Übungen noch auf die Darstellung anderer Informationen auf dem Computer eingegangen.



Tipps und Lösungen

Binärzahlen (Seite 5)

3 erhält man mit den Karten 2 und 1

12 erhält man mit den Karten 8 und 4

19 erhält man mit den Karten 16, 2 und 1

Es gibt immer nur eine Möglichkeit pro Zahl.

Die höchste mögliche Zahl in diesem Beispiel ist 31. Die kleinste ist 0. Jede Zahl dazwischen kann dargestellt werden und es gibt immer genau eine Möglichkeit diese darzustellen.

Für Experten: Beginne rechts. Drehe nacheinander so lange Karten um, bis die erste Karte "aufgedeckt" wird.

Rechnen mit Binärzahlen (Seite 7)

$10101 = 21$, $11111 = 31$

Geheime Nachrichten senden (Seite 8)

Binäre Nachricht: HOLT MICH RAUS

Zahlen größer als 31 (Seite 10)

Addiert man alle Zahlen von Anfang an, wird die Summe immer ein bisschen kleiner sein, als die nächste Zahl in der Folge.

Fräulein Gummizeh kann $1024 \times 1024 = 1.048.576$ Zahlen zählen - von 0 bis 1.048.575!

Mehr über Binärzahlen (Seite 11)

Hängt man eine Null an das rechte Ende einer Binärzahl, verdoppelt sich die Zahl. Alle Stellen, die eine Eins enthalten, sind nun doppelt so viel wert, da sie eine Stelle nach links gerückt sind. Das Ergebnis ist folglich doppelt so groß. (Im Zehnersystem erhöht eine rechts angehängte Null die Zahl um den Faktor 10.)

Ein Computer benötigt 7 Bits für alle Buchstaben. Das ergibt insgesamt 128 Zeichen. Die 7 Bits werden in der Regel in einem Byte (8 Bit) gespeichert, damit ist ein Bit verschwendet.